



JOUCKEN Frédéric
LANGUY Fabian

Travaux pratiques de première licence
F.FRISING et P.LOUETTE

Holographie

- Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur -
- Année académique 2005-2006 -

PARTIE 1 : INTRODUCTION.....	3
I. BRÈVE DESCRIPTION.....	3
II. NOTIONS PRÉLIMINAIRES.....	3
A) <i>Rappels de base sur la lumière</i>	3
C) <i>La cohérence temporelle</i>	4
D) <i>Interférences</i>	6
PARTIE 2 : HOLOGRAPHIE.....	8
I. HISTORIQUE.....	8
II. THÉORIE RELATIVE À L'HOLOGRAPHIE.....	9
A) <i>Définitions</i>	9
B) <i>Théorie de l'holographie par transmission</i>	9
C) <i>L'émulsion et son développement</i>	13
III. EXPÉRIMENTALEMENT.....	14
PARTIE 3 : REALISATIONS DE RESEAUX.....	17
I. RAPPELS GÉNÉRAUX.....	17
A) <i>Diffraction</i>	17
B) <i>Fourier</i>	19
II. CONSTRUCTIONS D'UN RÉSEAU DE FENTES.....	21
A) <i>Conditions d'interférences</i>	21
B) <i>Expérimentalement</i>	22
C) <i>Interprétation des résultats</i>	23
D) <i>Polarisation circulaire</i>	24
PARTIE 4 : SOURCES.....	27
I. BIBLIOGRAPHIQUES.....	27
II. INTERNET.....	27

Partie 1 : INTRODUCTION

I. Brève description

Notre travail se divise en deux parties avec comme fil conducteur les interférences d'ondes électromagnétiques.

La première partie traite de l'holographie proprement dite avec comme aboutissement la fabrication d'un hologramme. La seconde, quant à elle, débouche sur l'élaboration de différents types de réseaux.

II. Notions préliminaires

A) Rappels de base sur la lumière

La lumière s'explique suivant deux modèles : le modèle ondulatoire et le modèle corpusculaire.

L'hypothèse de la lumière comme onde était déjà connue au début du XIX^{ème} siècle, mais elle n'était pas encore acceptée. C'est J.C. Maxwell qui a montré par ses travaux que la vitesse des ondes électromagnétiques était d'environ 300.000 km.s⁻¹ dans le vide. Or la vitesse de la lumière ($c = 300.000 \text{ km.s}^{-1}$) était déjà connue. Cela l'a amené à poser que la lumière soit de ce même type. On pouvait dès lors, par ce modèle ondulatoire, expliquer correctement la propagation de la lumière, la réflexion, la réfraction, le phénomène d'interférence, la polarisation de la lumière...

En combinant correctement les quatre équations de Maxwell et si on définit la direction de propagation comme étant l'axe ox (voir **Figure 1**) on trouve comme solutions des équations différentielles :

$$E_y(x, t) = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$B_z(x, t) = B_0 \sin(kx - \omega t).$$

Ces champs oscillent chacun entre un maximum et un minimum : c'est l'amplitude qui est respectivement de E_0 et B_0 pour le champ électrique et magnétique ($E_0 = cB_0$). La distance entre deux maxima est la longueur d'onde (λ), qui caractérise la couleur de la lumière. Contrairement aux ondes sonores, celles-ci sont transverses et peuvent se propager dans le vide et ralentissent dans les milieux où la concentration moléculaire est plus dense.

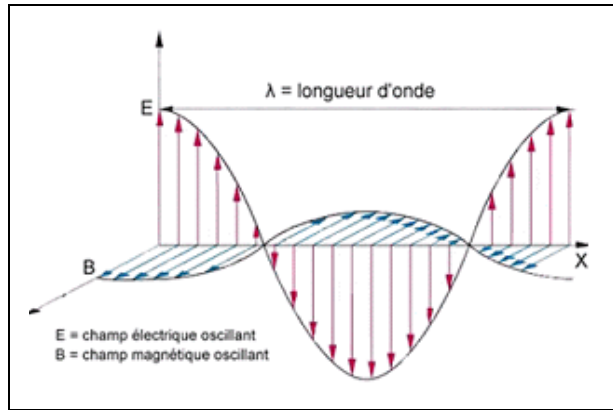


Figure 1

Malheureusement, ce modèle est insuffisant pour expliquer d'autres phénomènes tels que l'effet photoélectrique. Il faut donc aussi considérer la lumière comme un faisceau de particules (les photons), comme l'ont proposé M. Planck et A. Einstein.

C) La cohérence temporelle

La cohérence temporelle d'une source rend compte de la largeur de son spectre d'émission.

Dans la théorie électromagnétique, les atomes d'une source lumineuse émettent des « trains d'ondes » c'est-à-dire qu'ils émettent des ondes de longueurs d'onde différentes les unes après les autres. Il existe une relation entre la longueur de ces trains d'onde et la composition spectrale de la lumière émise. La condition pour que la longueur moyenne des trains d'ondes soit élevée est que le spectre soit étroit (voir Figure 2). A la limite, pour avoir un train d'onde infini, il faudrait une radiation monochromatique de fréquence ν_0 .

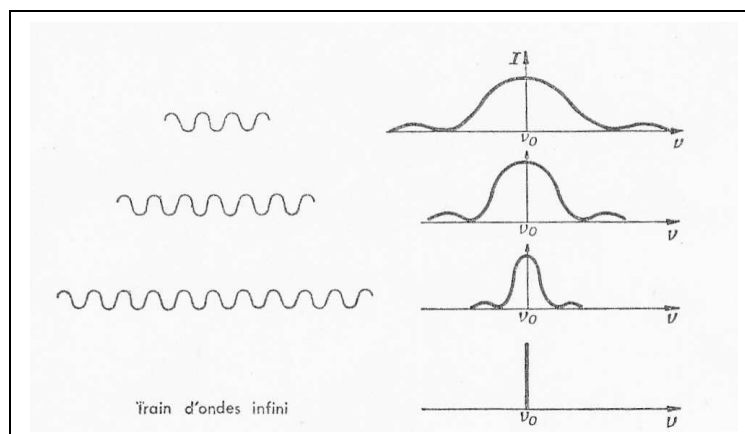


Figure 3 : Relation entre la longueur d'onde des trains d'ondes et le spectre de la lumière émise

La cohérence est une condition nécessaire à l'interférence. Considérons une source monochromatique dont le faisceau est divisé en deux par un « beam splitter » (en français, séparateur de faisceau) (voir Figure 3) et supposons qu'on les fasse se rejoindre en un autre point. Les deux trains d'ondes résultant ne suivent donc plus le même chemin optique.

Si la différence des chemins optiques est plus petite que la longueur moyenne des trains d'ondes (l appelée longueur de cohérence) alors les faisceaux pourront interférer. Dans

ce cas, les phénomènes d'interférences ne sont pas aléatoires et on dit qu'il y a *cohérence temporelle*.

Si la différence de parcours est de l'ordre de l , les interférences se feront tantôt entre trains d'ondes initialement identiques, tantôt entre trains d'ondes successifs. L'interférence globale sera aléatoire et dès lors non perceptible. Avec les sources de lumière courantes, l est tellement petit qu'il est pour ainsi dire impossible de leur faire emprunter des chemins qui ne diffèrent que de quelques fractions de longueur de cohérence. Les lasers en revanche, ont une longueur de cohérence beaucoup plus grande. Comme les hologrammes résultent d'une interférence, des lasers sont utilisés pour leurs réalisations.

Notons également que le laser est *spatialement cohérent* c'est-à-dire que l'on peut considérer sa source de lumière suffisamment ponctuelle pour pouvoir négliger (du point de vue de l'interférence) les différences de parcours entre les ondes émises des différents points de la source.

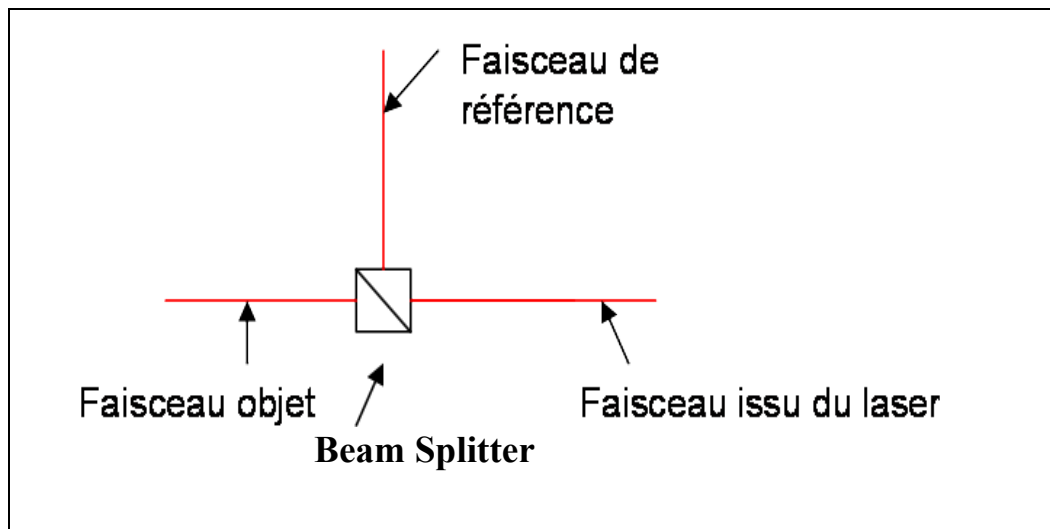


Figure 4 : Division d'un faisceau en deux par un beam splitter

En réalité il n'existe pas de sources parfaitement monochromatiques ; on peut tout au plus s'en rapprocher (au moyen de lasers). Une source dite monochromatique est celle qui émet de la lumière qui peut être représentée comme une suite de trains d'ondes sinusoïdales de longueurs finies (voir Figure 4). Chacun d'entre eux étant séparé par des discontinuités relatives à la phase.

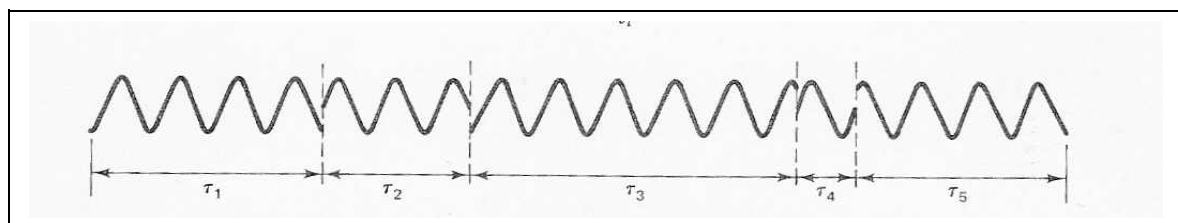


Figure 5 : Séquence de trains d'ondes

Si on définit τ_0 comme étant *le temps de cohérence* c'est-à-dire un temps de vie moyen d'un train d'ondes, on peut alors écrire la longueur de cohérence l comme étant :

$$l = c\tau_0$$

Or on sait que la variation de fréquences entre deux trains d'onde est :

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_0}$$

Dès lors on obtient :

$$l = \frac{c}{\Delta f}$$

puisque $f=c/\lambda$ on a

$$l = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

Et l'on obtient une relation reliant la longueur d'onde à la longueur de cohérence.

D) Interférences

Pour traiter ce point de théorie nous considérerons deux ondes sphériques qui ensuite pourront être généralisées à des ondes planes. Soient deux ondes cohérentes issues de deux sources ponctuelles S_1 et S_2 et arrivant en un point P (voir **Figure 6**). Les champs électriques au point P s'écrivent :

$$E_1 = A \sin(kr_1 - \omega t)$$

Et

$$E_2 = B \sin(kr_2 - \omega t)$$

où A et B sont les amplitudes. Le principe de superposition permet d'écrire que :

$$E_P = E_1 + E_2.$$

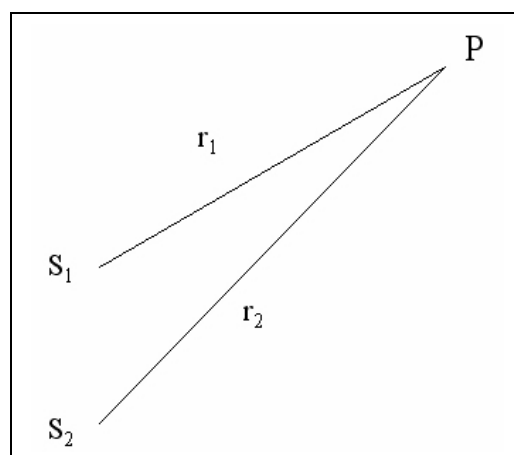


Figure 6

On dit qu'on aura *interférences constructives* (maxima d'amplitude) lorsque :

$$kr_2 = kr_1 + 2n\pi$$

ou sous la forme plus conventionnelle :

$$r_2 - r_1 = n\lambda$$

où n est un nombre naturel.

Et pour les *interférences destructives* (minima d'amplitude) on aura :

$$kr_2 = kr_1 + (2n + 1)\pi$$

ou encore :

$$r_2 - r_1 = \frac{2n + 1}{2}\lambda$$

où n est un nombre naturel.

Les deux équations encadrées sont des équations d'hyperboles. Cela signifie que les ventres et les nœuds se trouvent sur des familles d'hyperboles ayant pour foyer S_1 et S_2 (voir Figure 7).

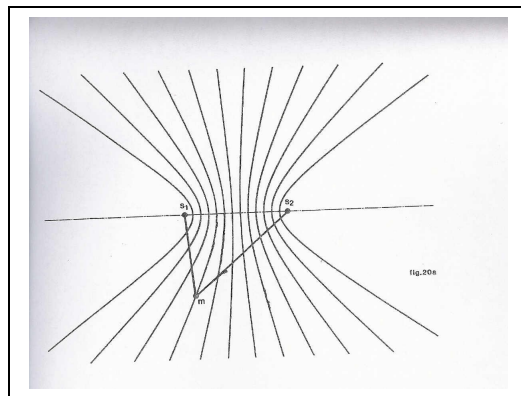


Figure 7

Partie 2 : HOLOGRAPHIE

I. Historique

Holographie du grec « holos » qui signifie entier est un procédé de photographie en relief qui permet d'imprimer sur une plaque en deux dimensions les caractéristiques visuelles d'un objet 3D. Ceci en tenant compte à la fois de l'amplitude des ondes incidentes et de leurs phases, ces dernières étant totalement ignorées dans les procédés photographiques ordinaires.



**Dennis Gabor
(1900-1979)**

Le principe de base de l'holographie a été établi en 1947 par le physicien britannique d'origine hongroise *Dennis Gabor* qui, dans le cadre de ses recherches en microscopie électronique, était confronté au problème de la restitution d'informations sur l'agencement des atomes dans les trois dimensions.

C'est de là que vient l'idée de l'holographie : pour enregistrer l'information sur la phase il suffirait d'enregistrer les interférences entre ces ondes et une onde de référence provenant de la même source d'éclairage de l'objet.

Malheureusement les résultats expérimentaux qu'il obtint n'étaient pas à la hauteur de sa théorie du fait du manque de moyens techniques à cette époque. En effet, pour la mise en œuvre du procédé holographique, une source cohérente fortement monochromatique s'avère nécessaire.

Ce problème a maintenant été résolu par la technologie laser datant des années 60. Le mot laser est l'acronyme anglais pour : « **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation », ce qui se traduit par : « amplification de lumière par émission stimulée de rayonnements ».

Une fois le laser apparu, il put reprendre ses expériences et les résultats concluants lui valurent le prix Nobel en 1971.

II. Théorie relative à l'holographie

A) Définitions

i) L'irradiance :

On considère une source monochromatique s qui éclaire une surface Σ . On appelle *irradiance* ou *éclairage énergétique* l'énergie reçue sur la surface Σ par mètre carré et par seconde. L'unité de l'irradiance (I) s'exprime donc en joules par mètre carré et par seconde ou en watt par mètre carré. L'équation donnant l'irradiance est :

$$I=k.E_0^2$$

ii) L'exposition

Soit une irradiance I supposée constante frappant une surface Σ pendant T secondes, l'énergie E fournie par mètre carré est appelée l'*exposition* et est donnée par la relation suivante :

$$E=I.T=k.E_0^2.T \text{ (J.m}^{-2}\text{)}$$

Le temps T s'appelle le *temps d'exposition*.

iii) Transmission et transmittance

La transmittance, Tra , d'une plaque est le rapport entre l'intensité incidente et l'intensité transmise, elle n'a donc pas d'unité.

La transmission, Tr , quant à elle est le rapport des amplitudes, elle n'a pas d'unité non plus.

La transmission est donc la racine carrée de la transmittance.

B) Théorie de l'holographie par transmission

Lorsqu'on regarde une photographie ordinaire, nous regardons en quelque sorte la projection de la scène qui se trouvait devant l'objectif sur le support photosensible. Celui-ci rend compte de la scène par une diminution de sa transmission proportionnelle à l'intensité du rayon lumineux qui le frappe. Aucune information ne nous permet de percevoir le relief de la scène originale. Nous ne le percevons d'ailleurs pas. L'holographie repose sur l'idée suivante : si l'on parvenait à capter toutes les caractéristiques de la lumière provenant de la scène, nous pourrions reconstituer l'image originale de façon tout à fait fidèle c'est-à-dire en trois dimensions. Les informations dont la photographie ne rend pas compte sont les relations entre les phases des ondes venant de différents endroits. Pour remédier à ce défaut, on fait interférer les ondes venant de l'objet avec une onde de référence cohérente. Chaque partie du front d'onde interférera avec l'onde de référence, l'interférence contiendra alors l'information sur la différence de phase entre chaque partie du front d'onde et la référence et par conséquent, entre chaque partie du front d'onde.

Contrairement à une photographie classique, l'hologramme n'est pas une image point par point de la scène mais plutôt une collection complexe d'interférences créées par chaque point de la scène. Chaque point de l'hologramme est affecté par tous les points de la scène.

Soit la disposition illustrée à la **Figure 8**. La différence entre les deux trajets doit être inférieure à la longueur de cohérence du laser pour les raisons évoquées plus haut.

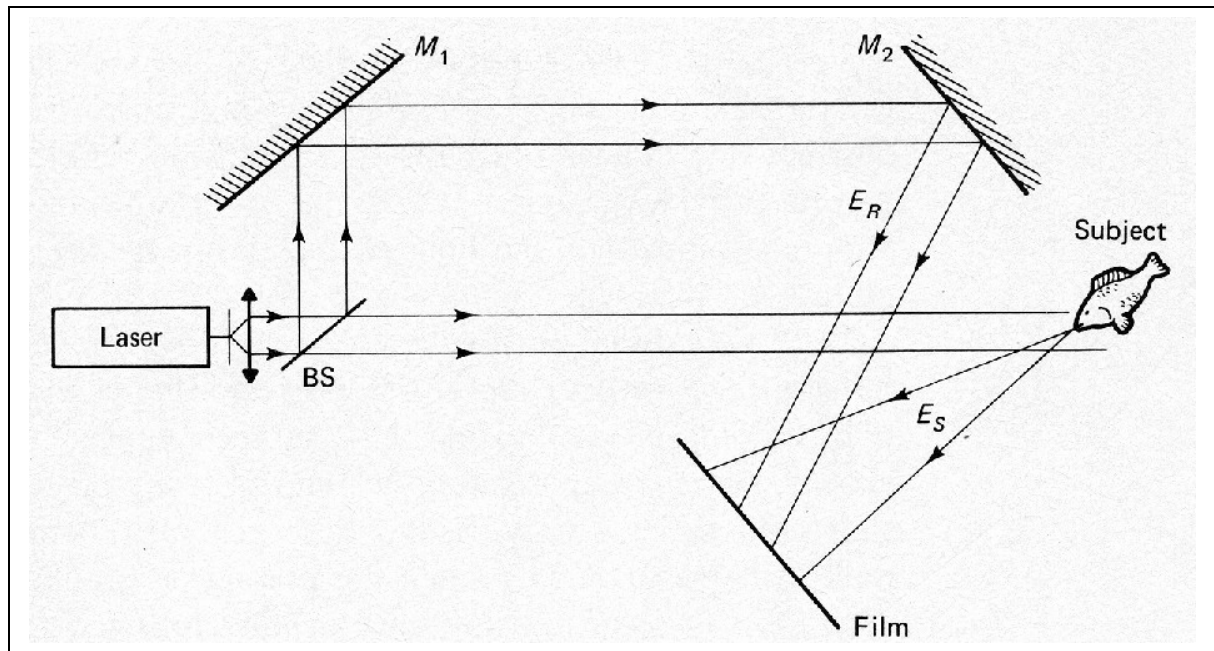


Figure 8 : dispositif pour la réalisation d'un hologramme

Formellement, le champ électrique de l'onde de référence au niveau de la plaque est décrit par l'équation

$$E_r = r e^{i(\omega t + \varphi)}$$

où r peut être considéré comme constant en considérant que l'onde de référence est plane. L'angle φ lui varie en raison de l'inclinaison de la plaque (**Figure 9**).

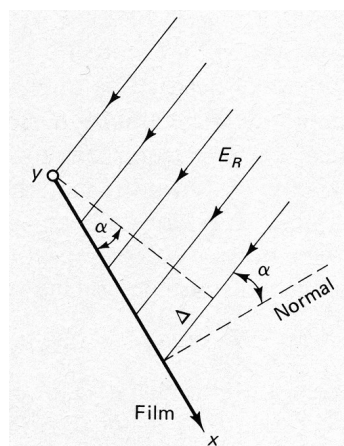


Figure 9

On voit facilement que ce déphasage est donné par (si on le prend nul en $x=0$)

$$\varphi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) * x \sin \alpha .$$

Le champ électrique de l'onde provenant de l'objet est décrit par l'équation

$$E_o = o e^{i(\omega t + \theta)}$$

où $o=o(x,y)$ est l'amplitude (qui ne peut plus être considérée comme constante) et où θ est une fonction compliquée qui rend compte de la variation de la phase due au fait que la lumière provenant de l'objet emprunte des chemins différents.

S'il n'y avait que la lumière provenant de l'objet, l'irradiance au niveau de la plaque serait donnée à une constante près par

$$I_o = |E_o|^2 = o(x,y)^2 .$$

Comme on le voit, cette fonction seule ne contient aucune information sur la phase de l'onde objet.

Si l'on tient compte maintenant de l'onde de référence, l'irradiance totale est donnée par

$$I_t = |E_o + E_r|^2 = (E_o + E_r)(E_o^* + E_r^*) .$$

D'où

$$I_t = r^2 + o^2 + E_r E_o^* + E_o E_r^* .$$

Les deux derniers termes contiennent la fonction θ :

$$I_t = r^2 + o^2 + r o e^{i(\omega t + \theta)} e^{-i(\omega t + \varphi)} + r o e^{i(\omega t + \varphi)} e^{-i(\omega t + \theta)}$$

$$I_t = r^2 + o^2 + r o e^{i(\theta - \varphi)} + r o e^{i(\varphi - \theta)}$$

Après développement, et moyennant quelques précautions (cfr paragraphe sur la linéarité de la transmission page 14) la transmission de la plaque sera proportionnelle à cette irradiance.

Pour recréer l'objet, on replace l'hologramme dans le faisceau de référence de la même manière que précédemment.

Le champ électrique de l'onde transmise sera donnée, par définition de la transmission, par le produit de celle-ci avec l'onde incidente qui n'est rien d'autre que l'onde de référence :

$$E_r = r e^{i(\omega t + \varphi)}$$

et

$$E_{tr} = Tr E_r \propto (r^2 + o^2) E_r + r^2 o e^{i(\omega t + \theta)} + r^2 o e^{i(2\varphi)} e^{i(\omega t - \theta)}$$

Cette expression est à considérer comme la somme de trois contributions provenant de faisceaux distincts. (cfr **Figure 10**)

Le premier terme correspond à la transmission de l'onde de référence dont seule l'amplitude a été modifiée. Il correspond à l'ordre zéro de la diffraction.

Le second est identique à l'onde objet E_o à une constante près. C'est lui qui produit l'image virtuelle de l'objet. Il fait le même angle α avec le faisceau de référence. Il paraît donc venir de la place originale de l'objet.

Le dernier est également semblable à l'expression de l'onde objet si ce n'est que la phase a aussi été modifiée. Elle est en fait inversée et cela correspond à un renversement de l'image (les points les plus éloignés deviennent les plus proches et vice versa).

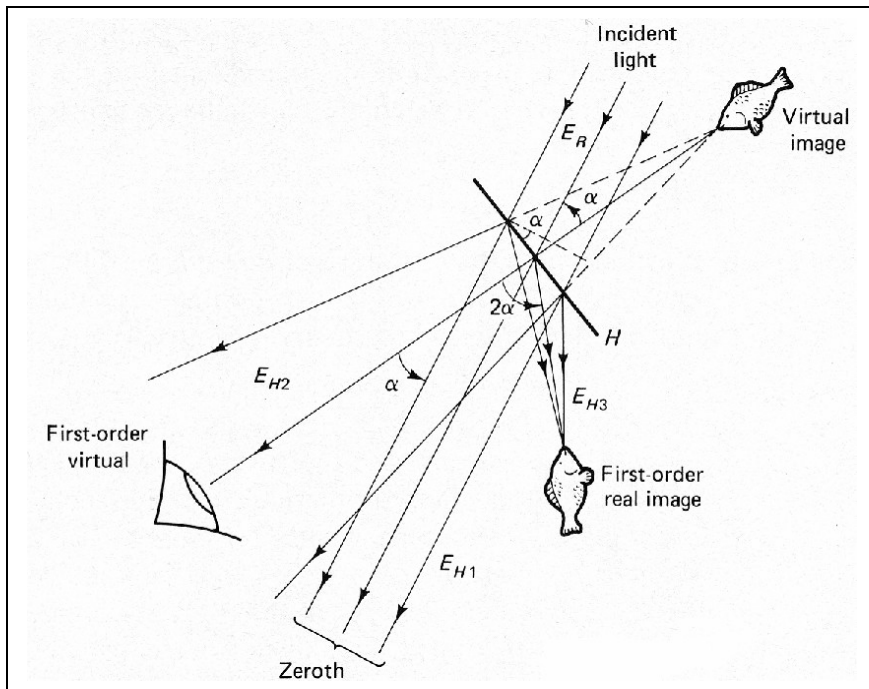


Figure 10

C) L'émulsion et son développement

Aussi bien en photographie qu'en holographie, un support photosensible est nécessaire pour enregistrer l'information lumineuse.

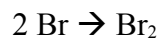
i) L'image latente

Le support utilisé consiste en une plaque de verre recouverte d'une gélatine imprégnée de microcristaux d'halogénure d'argent, chlorure ou bromure. C'est ce dernier qu'on utilisera. Une fois la plaque exposée à la lumière, les photons possédant une énergie $h\nu$ suffisante vont venir piquer certains monocristaux, c'est-à-dire provoquer un transfert d'électrons. L'ensemble de monocristaux piqués constitue l'image latente invisible qui sera ensuite révélée.

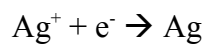
En fait, la lumière réagit avec un des composants de la pellicule : le bromure d'argent. Le photon éjecte alors un électron de l'halogénure :



Le radical brome formé se combine avec un autre radical brome pour former du dibrome :



tandis que l'électron vient réduire les ions Ag^+ en argent Ag^0 : il y a réduction photochimique.



Il y a donc formation d'argent colloïdal sur les zones éclairées.

Une fois la pellicule impressionnée, il existe des zones denses en grains d'argent, Ag^0 , d'autres denses en ions Ag^+ non réduits en suspension dans le gel.

A ce stade, l'image n'est pas perceptible. Il faut amplifier la quantité d' Ag^0 pour que le contraste apparaisse entre les zones éclairées et les zones non-éclairées. Cette amplification se nomme agrandissement, c'est-à-dire augmenter l'étendue des îlots de cristaux de Ag^0 . Ce processus est celui du développement proprement dit.

ii) La révélation

Il faut donc réaliser l'opération d'agrandissement qui permet de multiplier la quantité de grains d' Ag^0 . Le principe de la révélation est basé sur le fait que lorsqu'un cristal se forme, il s'agrandit autour des cristaux préalablement formés. Ce qui est le cas de Ag^0 généré par piquage photonique. L'image latente obtenue précédemment va donc se contraster si on réduit les ions Ag^+ en ions Ag^0 . Cette opération est réalisée par un réducteur de formule générale :

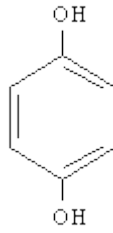


Figure 11 : Formule générale d'un révélateur

Cette opération doit impérativement être limitée dans le temps pour éviter de noircir tout le négatif !

Ensuite il faut rincer pour se débarrasser de l'AgBr non piqué.

III. Expérimentalement

i) Vérification de la linéarité de la transmission en fonction de l'exposition

Un premier problème se pose à nous : pendant combien de temps et sous quelle intensité devons-nous exposer notre plaque photosensible pour que la plaque se situe à un niveau de transmission autour duquel la variation de celle-ci en fonction de l'exposition est linéaire (voir Figure 11).

Ce problème fut vite résolu : nous avons profité des travaux de nos prédécesseurs qui ont calculé que l'exposition devait être de l'ordre de 300 000 μVs . Remarquons que les unités sont des volts car la mesure de l'irradiance est effectuée au moyen d'une cellule photosensible qui convertit proportionnellement l'irradiance ($\text{J m}^{-2}\text{s}^{-1}$) en tension (V).

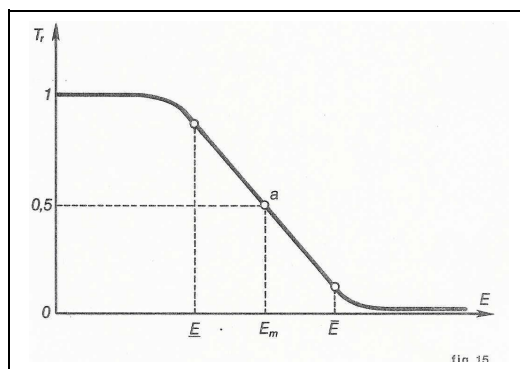


Figure 12 : Transmission en fonction de l'exposition

Nous avons quand même voulu vérifier cette prétendue linéarité. Pour ce faire, nous avons exposé trois plaques : l'une à 200 000 μVs , 300 000 μVs et 400 000 μVs . Nous avons ensuite mesuré la transmittance de chacune des plaques en les plaçant dans le faisceau et en mesurant l'irradiance avant et après la plaque. La racine du rapport nous donne la transmission.

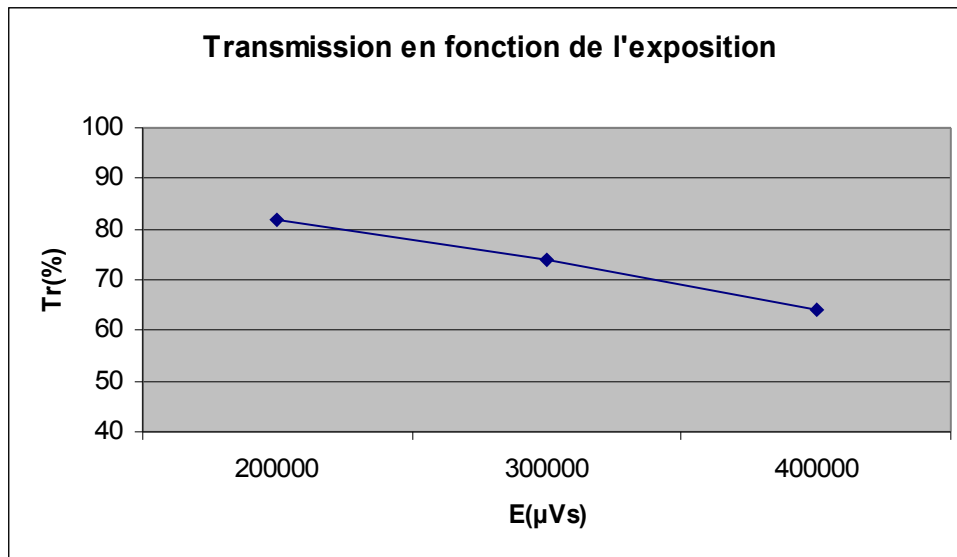


Figure 13 : : Transmission mesurée en fonction de l'exposition

Au vu du graphe, nous pouvons affirmer que nous nous situons dans une gamme où une variation de l'exposition donne lieu à une variation de la transmission ; c'est ce qui importe.

ii) Réalisation d'un hologramme

Notre problème était quadruple. En effet, il fallait à la fois avoir une différence de longueur de parcours inférieure à la longueur de cohérence du laser (de l'ordre de 15cm), obtenir l'irradiance du faisceau référence 2,5 fois plus élevée que celle du faisceau objet (pour toujours se situer dans la gamme trouvée ci-dessus ; même aux endroits où les interférences sont les plus destructives), avoir une irradiance assez élevée pour ne pas avoir un temps d'exposition trop long mais aussi avoir les angles des deux rayons par rapport à la normale de la plaque du même ordre de grandeur.

Après avoir réuni ces conditions avec un temps d'exposition de 81s, nous tentons un premier hologramme. (cfr Figure 14) Ce premier essai fut un échec ! Nous le devons probablement à un temps d'exposition trop long. En effet, plus le temps d'exposition est long, plus le dispositif est sujet aux perturbations indésirables.

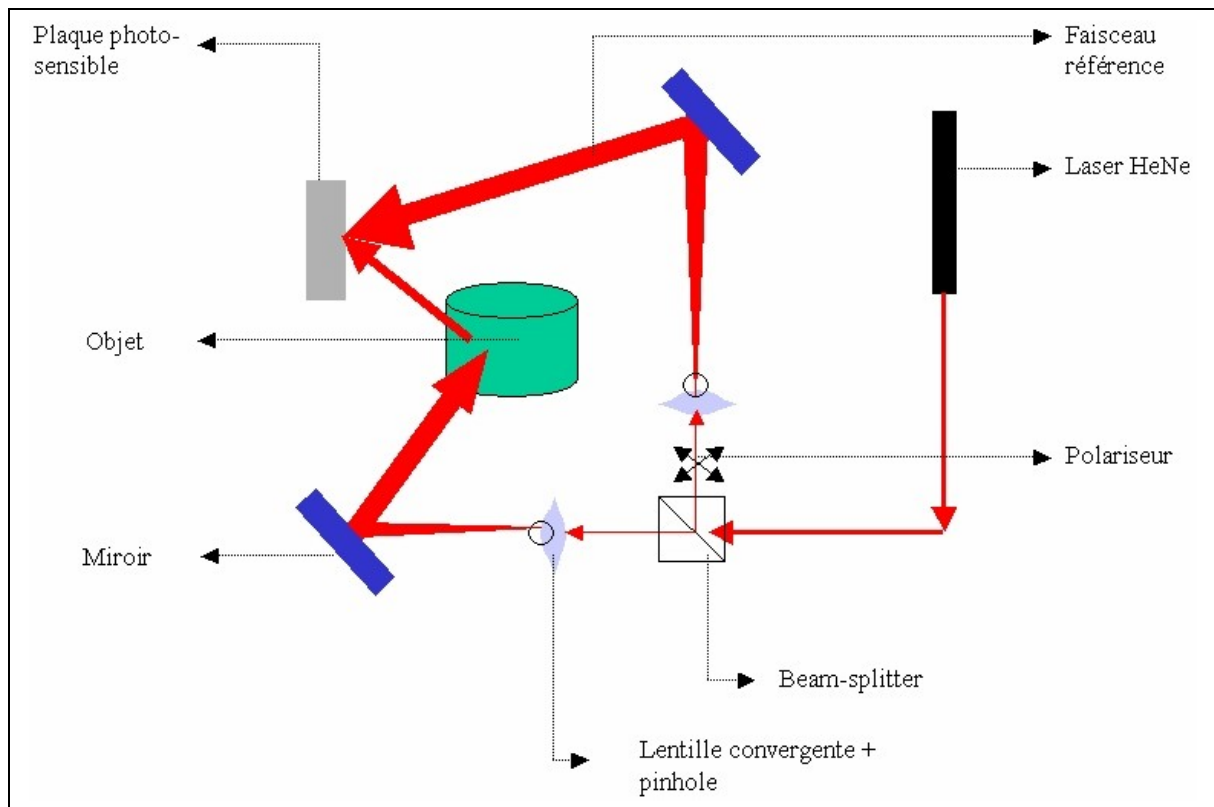


Figure 14 : dispositif pour l'holographie

On a alors remplacé l'objet (la dame nue) par un autre plus réfléchissant (le cygne) et rapproché la plaque photosensible de l'objet pour arriver à un temps d'exposition de 51s. Et résultat après développement : nous voyons le cygne à l'aide du faisceau référence via le procédé montré à la Figure 10.

Partie 3 : REALISATIONS DE RESEAUX

I. Rappels Généraux

A) Diffraction

L'intensité lumineuse étant définie par la puissance de l'onde par unité de surface se caractérise par

$$I = \left| \vec{E} \right|^2 \cdot \epsilon_0 \cdot c$$

E étant l'amplitude du champ électrique, en se plaçant dans les hypothèses d'une onde sphérique

$$E = \frac{A}{r} \cos(kr - \omega t) = \frac{A}{r} \Re \left[e^{i(kr - \omega t)} \right]$$

Pour des raisons de facilité, nous omettrons volontairement de spécifier qu'il faut prendre la partie réelle.

Pour un réseau de N fentes équidistantes,

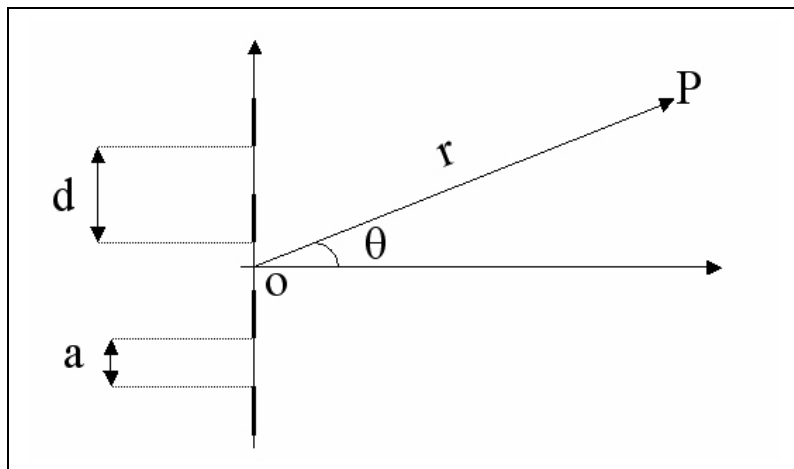


Figure 15

nous obtenons au point P

$$E_{tot}(P) = \sum_{n=0}^{n=N-1} E_n(P)$$

avec

$$E_n(P) = \frac{A}{a \cdot r} e^{i(kr - \omega t)} \int_{nd - a/2}^{nd + a/2} e^{-iky \cdot \sin \theta} dy$$

a = largeur de la fente

d = distance centre à centre entre de deux fentes

r = distance de l'origine au point P, l'origine étant placée de manière à ce que le réseau soit symétrique (voir Figure 15)

Ce qui nous donne après quelques calculs effectués dans l'approximation de Fraunhofer² :

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

Équation 1 : Calcul de l'intensité

I_0 étant une constante, le second terme est dû à la diffraction et le troisième à l'interférence où

$$\alpha = \frac{kd \cdot \sin \vartheta}{2}$$
$$\beta = \frac{ak \cdot \sin \vartheta}{2}$$

Remarquons que la fréquence des interférences est plus élevée.

Dans le cas de deux fentes (Young),

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$I = I_M \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 (\cos \alpha)^2$$

Dans le cas de deux fentes, il y a donc maximum d'interférence pour

$$(\cos \alpha)^2 = 0$$

c'est-à-dire

$$\sin \alpha = 0$$

ou encore :

$$\frac{\pi d \cdot \sin \vartheta}{\lambda} = k\pi$$

Si l'on exprime le résultat en fonction de θ :

$$\sin \vartheta = \frac{\lambda k}{d}$$

Cette égalité reste valable dans le cas de N fentes car si la 2^{ème} fente produit une onde suivant θ , qui renforce l'onde de la première fente, il en sera de même pour la 3^{ème} en vers le 2^{ème} etc. On observera donc des maxima si

$$\sin \vartheta_{k+1} - \sin \vartheta_k = \frac{\lambda}{d}$$

Équation 2 : Cette équation permet de calculer le nombre de traits/mm

² C'est-à-dire lorsque $a \ll r$

B) Fourier

Toute fonction à une dimension peut être approchée par une combinaison infinie de sinus et de cosinus :

$$f(x) \cong \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\infty} A(k) \cos(kx) dk + \int_0^{\infty} B(k) \sin(kx) dk \right].$$

Équation 3

Les coefficients des cosinus et des sinus étant donnés respectivement :

$$A(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x') \cos(kx') dx'$$

$$B(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x') \sin(kx') dx'.$$

On peut réécrire l'Équation 3 sous forme plus condensée, via l'introduction des complexes :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{-ikx} dk$$

Équation 4 : Transformée de Fourier inverse

avec

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{ikx} dx$$

Équation 5 : Transformée de Fourier

L'utilisation des transformées de Fourier permet facilement de prévoir les résultats d'une diffraction une fois la fonction d'ouverture connue. Prenons à titre d'exemple la fonction d'ouverture représentée à la **Figure 15**

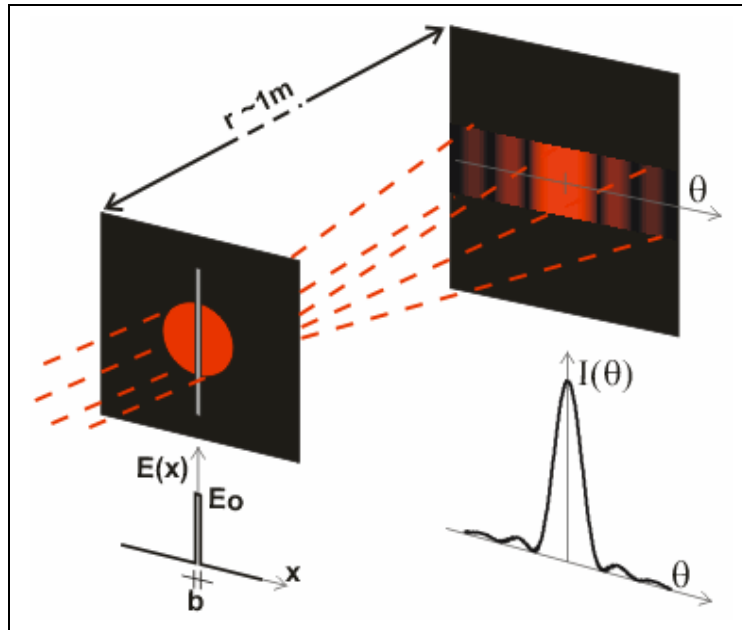


Figure 16 : rapport entre diffraction et transformée de Fourier

On a :

$$\begin{aligned}
 \text{T.F. } [E(x)] = F(k) &= \int_{-\infty}^{\infty} E(x) \cdot e^{ikx} dx \\
 &= \int_{-b/2}^{b/2} E_0 e^{ikx} dx \\
 &= E_0 \int_{-b/2}^{b/2} \cos(kx) + iE_0 \int_{-b/2}^{b/2} \sin(kx) \\
 &= E_0 \frac{\sin kx}{k} \Big|_{-b/2}^{b/2} + i \cdot E_0 \cdot 0 \\
 &= E_0 \cdot b \cdot \frac{\sin(kb/2)}{kb/2}
 \end{aligned}$$

Équation 6 : équation du même type que l'Équation 1

Avec

$$F(0) = E_0 \cdot b$$

II. Constructions d'un réseau de fentes

A) Conditions d'interférences

Deux sources cohérentes séparées d'une distance « a » donneront une figure d'interférence dont l'intensité est de type $\sin^2(y)$ (voir **Figure 17**). Les maxima d'intensité se trouveront aux points y vérifiant

$$\frac{\pi ay}{s\lambda} = \pi \pm k\pi$$

Autrement dit si

$$\Delta y = \frac{\lambda s}{a}$$

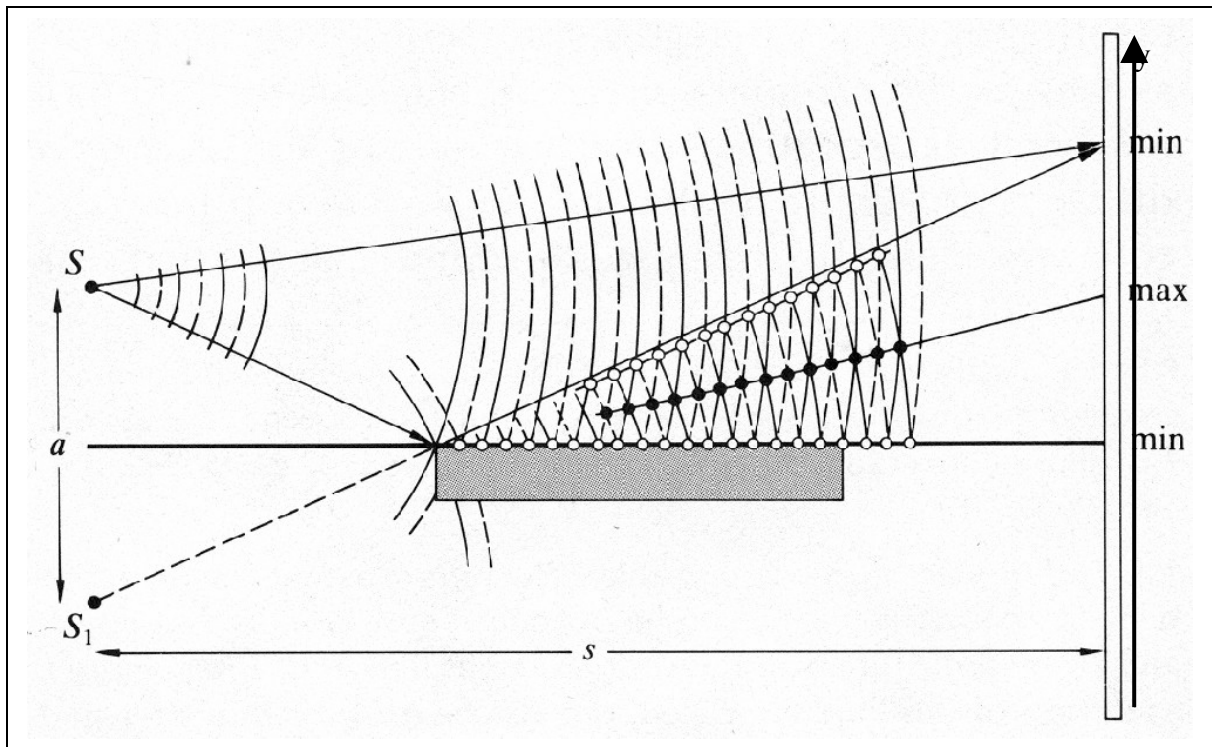


Figure 17 : Miroir de Lloyd

B) Expérimentalement

i) Le réseau carré

Nous avons commencé par vouloir construire un réseau de 50 traits/mm. Pour qu'il soit carré, il nous suffit de laisser exposer la plaque longtemps c'est-à-dire de sorte que le $\sin^2(y)$ sature dans les zones proches des maxima.

Notre LASER ayant une longueur d'onde $\lambda=6328\text{\AA}$, alors

$$\frac{s}{a} = 31,6$$

En pratique, on utilisera un miroir pour jouer le rôle de la seconde source lumineuse (voir **Figure 17**)

Ayant placé l'écran à 65,4cm, a doit valoir 2,1cm

Une fois le réseau construit nous observons la figure de diffraction :



**Figure 18 : figure de diffraction d'un réseau carré
(ensemble de points équidistants dont le nombre tend vers infini et d'intensité variable)**

Expérimentalement, via l'Équation 2, on obtient 53,8 franges/mm
Soit une erreur relative de

$$\frac{53,8 - 50}{50} \times 100\% = 7,6\%$$

due au fait que le déplacement du miroir parallèlement à l'axe principal du faisceau n'est pas facile et que nos instruments de mesure n'étaient pas fort précis.

Remarquons expliquons facilement ce résultat par l'approche physique des transformées de Fourier vue plus haut.

ii) Le réseau sinusoïdal

Pour encore mieux percevoir l'utilité des transformées de Fourier, nous allons tenter de réaliser un réseau sinusoïdal. Pour cela, nous allons utiliser le même procédé qu'au point précédant mais en veillant bien à ne pas saturer la plaque photosensible.

Étant donné que l'exposition n'est pas uniforme, nous allons considérer une exposition de $150\,000\mu\text{V}\cdot\text{s}$

Une fois le dispositif mis en place, nous observons à nouveau un signal d'un ensemble de points équidistants ! La plaque photosensible a été saturée. Nous décidons alors de passer à $80\,000\mu\text{V.s}$ et nous obtenons alors le résultat attendu :



Figure 19 : Figure de diffraction d'un réseau sinusoïdal

On a remarqué sur ce réseau la présence d'un réseau secondaire parfaitement sinusoïdal. Nous avons calculé la distance à laquelle un miroir aurait dû se trouver pour créer ce réseau : 1.1cm. Or, la table (seul candidat miroir auquel on pensait ; en effet, ce second miroir devait être perpendiculaire au premier) se trouve à 10cm. Nous ne savons toujours pas ce qui était à l'origine de cette interférence.

Sur conseil de Mme Frising, nous avons ensuite tenté de réaliser un double réseau sinusoïdal. Pour ce faire, nous avons simplement déposé un second miroir parallèlement à la table. Le résultat fût très satisfaisant. Il est reproduit à la **Figure 20**.

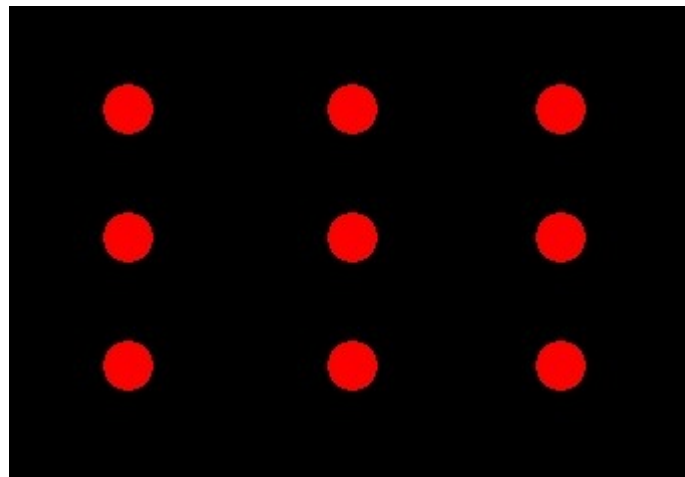


Figure 20

C) Interprétation des résultats

Le passage à la transformée de Fourier permet facilement d'interpréter les résultats obtenus ou même de prédire les résultats censés être obtenus. Cependant, il y a cependant deux points à soulever :

- pourquoi observe-t-on une fréquence nulle ?
- quelle est la signification de la fréquence négative ?

La fréquence nulle est simplement due au fait qu'il existe une composante continue.

En ce qui concerne les fréquences négatives, elles n'ont pas de signification physique mais proviennent du fait qu'on développe la fonction en une somme de sinus et cosinus (par l'introduction de l'exponentielle imaginaire) :

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n e^{j \frac{2\pi n x}{T}}$$

Prenons un exemple simple : $g(x) = A \cos(k_0 x)$

Son développement en cosinus donnerait une unique fréquence f_0 .

Tandis que son développement en sinus et cosinus donne

$$f(x) = \frac{A}{2} e^{i2\pi (+f)x} + \frac{A}{2} e^{i2\pi (-f)x}$$

Étant donné que

$$\cos \varphi = \frac{1}{2} e^{+i\varphi} + \frac{1}{2} e^{-i\varphi}$$

$$\sin \varphi = \frac{i}{2} e^{+i\varphi} - \frac{i}{2} e^{-i\varphi}$$

Donc, alors que dans le premier cas on avait une fréquence f_0 d'amplitude A , trouve dans le second cas deux fréquences ($-f_0$ et f_0) d'amplitude $A/2$.

D) Polarisation circulaire

La mécanique quantique nous apprend que si on diffracte de la lumière à travers un réseau dont les franges ont une largeur de 0,874 fois la longueur d'onde de la lumière incidente, cette dernière sera alors polarisée circulairement.

Pour se faire, il faudrait que

$$\frac{\Delta y}{\lambda} = \frac{s}{a} = 0,874$$

Expérimentalement, la disposition qu'on avait adoptée pour les réseaux précédents ne s'adaptait plus à celui-ci car le miroir aurait dû se trouver à une distance par rapport faisceau trop grande pour qu'il soit éclairé. Nous avons donc adopté une autre technique illustrée à la **Figure 21**

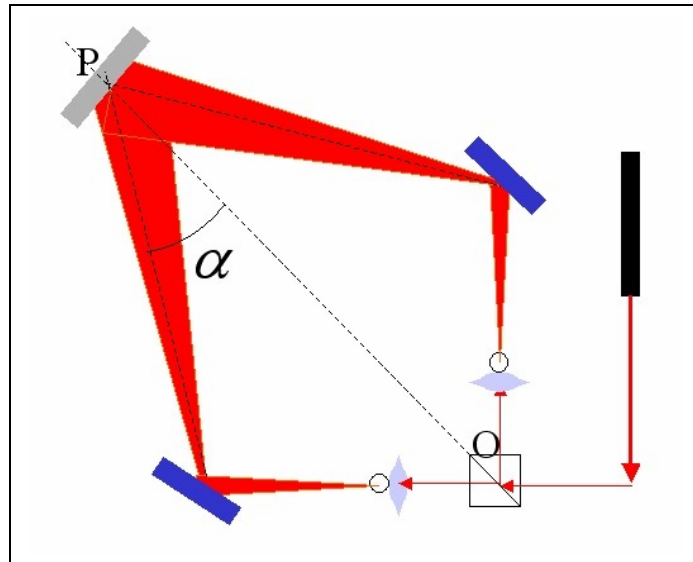


Figure 21

On a

$$\Delta y = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$$

$$\frac{\Delta y}{\lambda} = \frac{1}{2 \sin \alpha} = 0,874$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{2,0,874}\right) = 34,9^\circ .$$

La mesure de l'angle α ainsi que la perpendicularité de la plaque par rapport à l'axe OP se sont révélés difficiles. Le résultat fût très négatif : notre résultat est incomparable à celui attendu (erreur relative de l'ordre de 10 000% !). Nous ignorons d'où provient cette erreur gigantesque.

Conclusion

L'holographie a enrichi considérablement l'optique. Alors que voir des objets en trois dimensions devait paraître impossible aux yeux des premiers photographes, il ne nous a fallu que quelques heures pour en réaliser un. Ceci grâce à l'invention du laser et à l'imagination de certains scientifiques. C'est une belle illustration de l'importance de l'interdisciplinarité

dans le domaine de la science qui a trouvé sa principale application dans la lutte contre la contre-façon.

La réalisation des réseaux paraît fort simple au premier abord mais se révèle délicate au point de vue expérimental dès qu'il s'agit d'atteindre une certaine précision.

Partie 4 : Sources

I. Bibliographiques

- Holographie, FUNDP, 1986, J. KEIL
- Travaux pratiques de physique générale (2ème partie), FUNDP, 2004-2005
- Optics, ADDISON-WESLEY, 1974, HECHT-ZAJAC
- Complément de mécanique, FUNDP, L. Houssiau
- Physique générale, Électricité, FUNDP, 2001, R. Sporken

II. Internet

- <http://www.tpe-holographie.com/>
- <http://nobelprize.org/physics/laureates/1971/gabor-autobio.html>
- <http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/>
- <http://www.lesia.obspm.fr/solaire/sciences/chap9/>
- <http://www.comm.uqam.ca/~GRAM/C/MT/hol/holt77.html>
- <http://www.holokits.com/index.htm>
- <http://www.sciences.fundp.ac.be/physique/didactique/fourier/index.htm>